

Kraków, 15.02.2024



UNIWERSYTET  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

Instytut

Fizyki Teoretycznej

Zakład Optyki Atomowej

### Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Agaty Krzywickiej

Pani Agata Krzywicka przygotowała rozprawę doktorską pt. „*Pair condensation in the Bose-Hubbard model: a path integral analysis*” pod kierunkiem dr. hab. Tomasza Polaka. W rozprawie podaje pięć artykułów związanych z wynikami prezentowanymi w pracy doktorskiej, z których trzy ukazały się w druku, a pozostałe dwa są w trakcie recenzji w czasopiśmie naukowych. Tematyka, którą zajmuje się doktorantka należy do dziedziny ultrazimnych gazów atomowych, która jest intensywnie rozwijana zarówno w badaniach teoretycznych jak i eksperymentalnych.

Rozprawa rozpoczyna się od wprowadzenia rozszerzonego modelu Bose-Hubbarda i analizy jego parametrów, gdy przestrzennie periodyczny potencjał odpowiada optycznym sieciom realizowanym w eksperymentach z ultrazimnymi atomami. W standardowym modelu Bose-Hubbarda nie uwzględnia się szeregu wyrazów, które w typowej sytuacji eksperymentalnej nie są istotne. Wychodząc poza standardowy opis, wyrazy opisujące tunelowanie zależne od gęstości powinny być uwzględnione w pierwszej kolejności i jest to tematem rozprawy doktorskiej Pani Agaty Krzywickiej. W wprowadzeniu przedstawione są skrótowo również metody, które stosowane są w pracy do opisu rozważanego układu. Bardziej szczegółowy opis metod znajduje się w uzupełnieniach na końcu rozprawy doktorskiej. Opis niektórych elementów użytych metod pojawia się też w właściwych rozdziałach rozprawy. Nie jestem przekonany czy taka konstrukcja rozprawy jest optymalna, ponieważ te same rzeczy powtarzane są czasami trzy razy – przykładowo równania (1.21)-(1.23) pojawiają się ponownie dwa razy jako równania (2.32)-(2.34) oraz (A.132)-(A.134).

Rozdział 2 rozpoczyna prezentację właściwych wyników pracy doktorskiej. Pani Agata Krzywicka analizuje powstawanie tzw. kondensatu par bozonów. W opisie przy użyciu formalizmu całek po trajektoriach doktorantka wprowadza przybliżenia pozwalające otrzymać rozszerzony fazowy model, którego parametry wyznacza analitycznie jako funkcje parametrów hamiltonianu Bose-Hubbarda, co stanowi bardzo interesujący i ważny wynik. Następnie redukuje model fazowy do modelu pseudospinów, stosuje przybliżenie średniego pola i analizuje powstawanie standardowego kondensatu bozonów oraz kondensatu par bozonów. Wyniki zebrane są na rysunkach 2.1 i 2.2 i pokazują, że dla wybranych w pracy parametrów kondensat par bozonów zawsze się pojawia i to dla temperatur nieznacznie wyższych niż temperatura krytyczna dla standardowej kondensacji bozonów. Co więcej obecność tunelowania zależnego od gęstości zwiększa wartości temperatury krytycznej dla standardowej kondensacji. Zależności parametrów

ul. prof. Stanisława

Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-79

e-mail:

krzysztof.sacha@uj.edu.pl



porządku dla obu typów kondensacji oraz ciepła właściwego są prezentowane i analizowane w funkcji temperatury. Trudno mi jednak ocenić z jakimi gęstościami skondensowanych bozonów i skondensowanych par bozonów mamy do czynienia w prezentowanych przypadkach. Tunelowanie zależne od gęstości, jak nazwa wskazuje zależy od gęstości bozonów w układzie, ale nie znajduję informacji jaka jest średnia liczba bozonów na oczko rozważanej sieci i jakie są średnie liczby skondensowanych bozonów oraz skondensowanych par bozonów. Prezentowane wyniki pokazują dramatyczny efekt kondensacji par bozonów, ale zostały one otrzymane dla współczynnika opisującego tunelowanie zależne od gęstości większego lub co najmniej równego jednej trzeciej amplitudy jednocząstkowego tunelowania. W rzeczywistej sytuacji eksperymentalnej współczynnik ten jest co najmniej dziesięć razy mniejszy niż amplituda jednocząstkowego tunelowania. W tym miejscu zasadnym wydaje się pytanie jak sytuacja z formowaniem kondensatu par wygląda w rzeczywistym przypadku eksperymentalnym?

Mam w tym miejscu kilka uwag natury redakcyjnej. Rozdział 2 jest zdominowany technicznymi aspektami opisu układu, natomiast fizyczna interpretacja i dyskusja wyników stanowi (łącznie z konkluzjami) mniej niż dwie strony tekstu, z czego większość jest dokładnym zacytowaniem fragmentu artykułu doktorantki, referencja [34]. W części 2.2, gdzie wprowadzony jest model pseudospinów, indeksy oznaczające oczka sieci czasami są obecne, a czasami ich nie ma. Operator  $N(\phi)$  jest nazywany operatorem liczby bozonów (str. 20), ale przyjmować może on ujemne wartości?

W rozdziale 3 Pani Agata Krzywicka rozważa wpływ kondensatu par bozonów na standardowy kondensat bozonów traktując ten pierwszy jako zewnętrzne otoczenie drugiego. Interpretację taką odkrywa doktorantka analizując formalizm, który stosuje do opisu układu. W bardziej uproszczonej wersji formalizmu, który również stosuje Pani Agata Krzywicka, wspomniany podział układu jest bardziej oczywisty. W rezultacie otrzymujemy dwa podejścia i dwa zestawy wyników, które jakościowo zgadzają się ze sobą i potwierdzają wspomnianą interpretację. W granicy zerowej temperatury, doktorantka analizuje przejście pomiędzy fazą izolatora Motta i fazą nadciekłą bozonów w zależności od potencjału chemicznego oraz wartości współczynnika opisującego tunelowanie zależne od gęstości. Otrzymane wyniki są bardzo ciekawe. Wzrost współczynnika opisującego tunelowanie zależne od gęstości początkowo powoduje obniżenie krytycznej wartości amplitudy tunelowania pojedynczych bozonów. Kiedy w grę wchodzi przyczynki wyższego rzędu następuje wzrost krytycznej amplitudy tunelowania. Następnie pojawia się nagły zanik fazy nadciekłej, po czym

powrót fazy nadciekłej aż do definitywnego jej zniknięcia. Jestem ciekawy czy sygnatury takiego zachowania obserwowano w eksperymentach?

W rozdziale 4 analizowane jest zjawisko tworzenia kondensatu par bozonów w standardowym modelu Bose-Hubbarda, tj. bez wyrazów odpowiadających tunelowaniu zależnemu od gęstości. Okazuje się, że jeśli wyjdzie się poza standardowe podejście i uwzględni kolejny wyraz w przybliżeniu korelatora w formalizmie całek po trajektoriach, kondensacja par bozonów jest możliwa. Obecność kondensatu par bozonów podwyższa temperaturę krytyczną standardowej kondensacji bozonów. Prezentowane wyniki pokazują wagę wielociałowych korelacji, które są odpowiedzialne za obserwowane efekty. Muszę ponownie odnieść się do strony redakcyjnej rozprawy. W części 4.1 jest przedstawiony analizowany standardowy model Bose-Hubbarda. Nie ma tam mowy o obecności efektywnego pola magnetycznego, natomiast w części 4.3, gdzie omawiane są wyniki, nagle pojawia się efektywne pole magnetyczne i analizowany jest jego wpływ na frakcje kondensatów. Efektywne pole magnetyczne zostało krótko opisane w wprowadzeniu (część 1.3), ale tam też nie było jasne jak się ono ma do rozważanych modeli.

W ostatnim rozdziale porównane są analizowane wcześniej dwa scenariusze tworzenia kondensatu par bozonów, tj. scenariusz wynikający z obecności tunelowania zależnego od gęstości i scenariusz, gdzie takiego tunelowania nie ma, ale uwzględnienie wielociałowych korelacji prowadzi do podobnego zjawiska. Oba scenariusze opisane są takimi samymi modelami, a jedynie parametry tych modeli pochodzą z zupełnie innych zjawisk. Analiza wartości tych parametrów oraz ich wpływu na frakcje kondensatów są przedmiotem ostatniego rozdziału i jest on niejako zwieńczeniem rozprawy doktorskiej. W rzeczywistym eksperymencie będziemy mieli do czynienia z oboma scenariuszami tworzenia kondensatu par bozonów. W analizie teoretycznej można sztucznie zwiększyć wartość współczynnika opisującego tunelowanie zależne od gęstości. Jestem ciekawy, który scenariusz będzie dominował w rzeczywistym eksperymencie, gdzie nie jest możliwe sztuczne zwiększanie parametrów układu? Być może da się tak wybrać parametry sieci optycznych dla ultrazimnych atomów, aby raz jeden scenariusz dominował, a raz drugi?

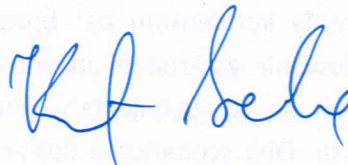
Podsumowując, rozprawa doktorska zawiera bardzo bogaty materiał. Pani Agata Krzywicka pokazała, że jest ekspertką w opisie układów wielu ciał przy pomocy formalizmu całek po trajektoriach. Modele, których użyła do analizy układu atomów w potencjale sieci optycznych zostały otrzymane analitycznie, a więc nie było w opisie układu żadnego wolnego parametru.



Wyniki prezentowane w rozprawie są bardzo ciekawe. Obecność kondensatu par bozonów i jego wpływu na standardowy kondensat bozonów są nietrywialne i prowadzą do ciekawych efektów. Rezultaty zostały otrzymane przy użyciu szeregu przybliżeń, a więc kluczowym pytaniem jest to, czy zostaną one potwierdzone w eksperymencie? Zastanawiam się również czy sygnatury prezentowanych efektów były obserwowane w pracach teoretycznych innych autorów lub czy o prowadzonych badaniach teoretycznych w tym kierunku coś wiadomo? Jeśli chodzi o redakcyjną stronę rozprawy doktorskiej, to muszę przyznać, że nie czytało się ją łatwo głównie z powodu dominującego technicznego aspektu.

Niezależnie od uwag natury redakcyjnej, jest to bardzo dobra rozprawa doktorska, która z uwagi na ogrom odkrytych nowych efektów zasługuje na wyróżnienie. Wniosek o wyróżnienie uzależniam od przebiegu publicznej obrony.

Rozprawa doktorska Pani Agaty Krzywickiej spełnia wszystkie wymogi stawiane rozprawom doktorskim.



Prof. Krzysztof Sacha